§3.4基本不等式

 学习目标

学会推导并掌握基本不等式，理解这个基本不等式的几何意义，并掌握定理中的不等号“≥”取等号的条件是：当且仅当这两个数相等；

 学习过程

一、课前准备

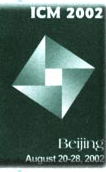
看书本填空

复习1：重要不等式：对于任意实数，有，当且仅当\_\_\_\_\_\_\_\_时，等号成立.

复习2：基本不等式：设，则，当且仅当\_\_\_\_时，不等式取等号.

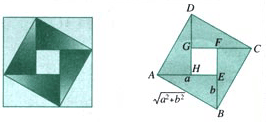
二、新课导学

**※** 学习探究

探究1：基本不等式的几何背景：

如图是在北京召开的第24界国际数学家大会的会标，会标是根据中国古代数学家赵爽的弦图设计的，颜色的明暗使它看上去象一个风车，代表中国人民热情好客. 你能在这个图案中找出一些相等关系或不等关系吗？

将图中的“风车”抽象成如图，



在正方形ABCD中有4个全等的直角三角形. 设直角三角形的两条直角边长为a，b那么正方形的边长为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.这样，4个直角三角形的面积的和是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，正方形的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.由于4个直角三角形的面积\_\_\_\_\_\_正方形的面积，我们就得到了一个不等式：.

当直角三角形变为等腰直角三角形，即a=b时，正方形EFGH缩为一个点，这时有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**结论：**一般的，如果，我们有

当且仅当时，等号成立.

探究2：你能给出它的证明吗？

特别的，如果，，我们用、分别代替、，可得，

通常我们把上式写作：

问：由不等式的性质证明基本不等？

用**分析法**证明：

证明：要证  (1)

只要证  (2)

要证（2），只要证 （3）

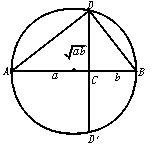
要证（3），只 要证 （4）

显然，（4）是成立的. 当且仅当a=b时，（4）中的等号成立.

***3）***理解基本不等式的几何意义

**探究：**课本的“探究”

在右图中，AB是圆的直径，点C是AB上的一点，AC=a，BC=b. 过点C作垂直于AB的弦DE，连接AD、BD. 你能利用这个图形得出基本不等式的几何解释吗？



**结论**：基本不等式几何意义是“**半径不小于半弦**”

**评述：**

1.如果把看作是正数、的等差中项，看作是正数、的等比中项，那么该定理可以叙述为：两个正数的等差中项不小于它们的等比中项.

2.在数学中，我们称为、的算术平均数，称为、的几何平均数.本节定理还 可叙述为：两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数.

**※** 典型例题

例1 （1）用篱笆围成一个面积为100m的矩形菜园，问这个矩形的长、宽各为多少时，所用篱笆最短. 最短的篱笆是多少？

（2）段长为*36* m的篱笆围成一个一边靠墙的矩形菜园，问这个矩形的长、宽各为多少时，菜园的面积最大，最大面积是多少?

.

**※** 动手试试

练1. 时，当取什么值时，的值最小？最小值是多少？

练2. 已知直角三角形的面积等于50，两条直角边各为多少时，两条直角边的各最小，最小值是多少？

三、总结提升

**※** 学习小结

在利用基本不等式求函数的最值时，应具备三个条件：一正二定三取等号.

**※** 知识拓展

两个正数

1．如果和为定值时，则当时，积有最大值.

2. 如果积为定值时，则当时，和有最小值.

 学习评价

**※** 自我评价 你完成本节导学案的情况为（ ）.

A. 很好 B. 较好 C. 一般 D. 较差

**※** 当堂检测（时量：5分钟 满分：10分）计分：

1. 已知*x*0，若*x*＋的值最小，则*x*为（ ）.

A． 81 B． 9 C． 3 D．16

2. 若，且，则、、、中最大的一个是（ ）.

A． B． C． D．

3. 若实数*a*，*b*，满足，则的最小值是（ ）.

A．18 B．6 C． D．

4. 已知*x*≠0，当*x*=\_\_\_\_\_时，*x*2＋的值最小，最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_.

5. 做一个体积为32，高为2的长方体纸盒，底面的长为\_\_\_\_\_\_\_，宽为\_\_\_\_\_\_\_\_时，用纸最少.

 课后作业

1. （1）把36写成两个正数的积，当这两个正数取什么值时，它们的和最小？

（2）把18写成两个正数的和，当这两个正数取什么值时，它们的积最大？

2. 一段长为30的篱笆围成一个一边靠墙的矩形菜园，墙长18，问这个矩形的长、宽各为多少时，菜园的面积最大？最大面积是多少？